Für die Aufgabenteile d) bis f) ist die in c) berechnete Funktion zu verwenden.

11 Der Verlauf des Trageseiles einer Hängebrücke kann durch eine Kettenlinie angenähert werden. Diese ist der Graph der Funktion $f_{a;c}(x) = \frac{a}{2c}(e^{cx} + e^{-cx})$ mit $a, c > 0$, x in Metern, y in Metern.

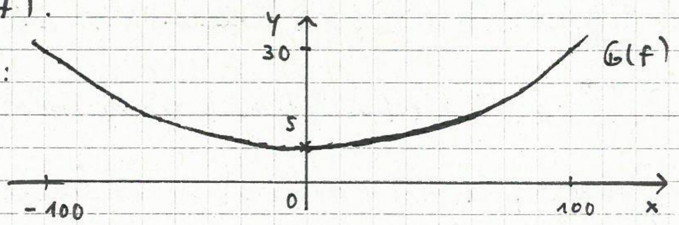
a) Untersuchen Sie den Graphen von $f_{a;c}$ auf Symmetrie.
b) Berechnen Sie das Minimum der Funktion $f_{a;c}$
c) Bestimmen Sie a und c so, dass das Seil den tiefsten Punkt mit 5 m über der Fahrbahn erreicht, die beiden Aufhängepunkte einen Abstand von 200 m haben und je 30 m hoch sind.
d) Welches Gefälle in Prozent haben die Seile in den Aufhängepunkten?
e) An welchen Stellen befindet sich das Seil ca. 15 m über der Fahrbahn?
f) Wo könnte ein Stuntman das Seil mit einem Motorrad befahren, wenn er noch eine Steigung von 20 % bewältigen kann?

doc, B

S. 116; 11) a) Nach einem „New Prob" speichere ich $\frac{a}{2c}\cdot(e^{cx}+e^{-cx})$ ab als f(x); die Eingabe f(−x) = f(x) wird mit „true" beantwortet, so dass f gerade und also G(f) achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

b) Mit „shift, −" bilde ich die 1. bzw. 2. Ableitung von f und speichere diese ab als f1(x) bzw. f2(x). Notw. f.d. Vorliegen einer lokalen Extremstelle von f ist: $f'(x) = 0$. Solve(f1(x)=0, x) liefert: $x = 0$. Höchstens a.d. Stelle 0 hat f eine lok. Extremstelle; hinr. dafür ist: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$. Die „Eingaben" „f2(0)" $= a \cdot c$ (>0) $\wedge$ „f(0)" $= \frac{a}{c}$ liefern den Tiefpunkt $T(0 / \frac{a}{c})$ von G(f).

c) Skizze:



Unter den genannten Bedingungen gilt notw. u. hinr.:
$f(0) = 5 \wedge f(100) = 30$. Die Eingabe

solve(f(0)=5 and f(100)=30 and a>0 and c>0, {a,c})

liefert: $a = 0{,}05 \cdot \ln(6+\sqrt{35})$ and $c = 0{,}01 \cdot \ln(6+\sqrt{35})$.

Unter den genannten Bedingungen ist g zu

$$g(x) = 2{,}5 \cdot \left(e^{0{,}01 \cdot \ln(6+\sqrt{35})x} + e^{-0{,}01 \cdot \ln(6+\sqrt{3})x}\right)$$

die Funktion, die den Verlauf des Seiles beschreibt; ich speichere den zugehörigen Funktionsterm als $g(x)$ ab.

d) Mit „shift, –" bestimme ich die 1. Ableitung $g'(x)$, die als $g1(x)$ abgespeichert wird. Die Eingabe

$100\% \cdot g1(100) \left(\underset{TJN}{\approx} 73{,}30\%\right)$ liefert das Gefälle von ca. 73,30% in den Aufhängepunkten. [Dann ist $\arctan(g1(100))$ die Größe des zugehörigen Winkels; die Konvertierung in Dezimalgrad ($\arctan(g1(100)$ ▸ DD) liefert hierzu eine Größe von ca. 36,24°.]

e) Die Fahrbahn ist mit der x-Achse zu identifizieren; die Eing. solve($g(x) = 15, x$) liefert: $x \approx -71{,}14 \vee x \approx 71{,}14$.

Bei ca. 71,14 m links bzw. rechts vom tiefsten Punkt befindet sich das Seil 15 m über der Fahrbahn.

f) Die Eingabe solve($g1(x) = 0{,}2, x$) liefert $x \approx 50{,}71$.

Der Stuntman kann* ca. 50,71 m links und rechts vom tiefsten Punkt fahren, wenn er noch eine Steigung von 20% bewältigen kann.

* (bis zu)

o. G.